

Agnieszka Tłuczak✉

<sup>1</sup> Uniwersytet Opolski

## **Problem wyboru najkrótszej drogi w sieci transportu rolno-spożywczego**

### **The problem of choosing the shortest route in the network of agri-food transport**

**Synopsis.** Wiele problemów zarządzania związanych z optymalizacją systemów transportowych, projektowaniem systemów informatycznych czy pewnymi zagadnieniami logistycznymi można przedstawić jako zagadnienia sieciowe i rozwiązać je przy użyciu odpowiednich algorytmów matematycznych. Skala planowania przewozów uzależniona jest od ilości ładunków i liczby odbiorców. Zarządzanie logistyczne w transporcie produktami rolno-spożywczymi polega na organizacji działań transportowych przez połączenie wielu funkcji spedycyjno-transportowych i ma na celu doskonalenie przemieszczania zasobów zarówno w sferze zaopatrzenia, jak i produkcji oraz dystrybucji. Głównym celem artykułu jest przedstawienie zadania komiwojażera oraz możliwości jego zastosowanie w optymalizacji transportu produktów rolno-spożywczych.

**Słowa kluczowe:** transport, najkrótsza trasa, produkty rolne i rolno-spożywcze

**Abstract.** Many management problems related to the optimisation of transport systems, designing information systems or certain logistics issues can be presented as network problems and solved using appropriate mathematical algorithms. The scale of transport planning depends on the number of loads and the number of recipients. Logistics management in the transport of agri-food products consists of the organisation of transport activities by combining many forwarding and transport functions and is aimed at improving the movement of resources both in the sphere of supply, production and distribution. The article's main purpose is to present the task of a travelling salesman and the possibilities of its use in optimising the transport of agri-food products.

**Key words:** transport, shortest route, agricultural and agri-food products

**Kody JEL:** R4, R42

---

✉ Agnieszka Tłuczak – Uniwersytet Opolski; Wydział Ekonomiczny; Instytut Ekonomii i Finansów; e-mail: [atluczak@uni.opole.pl](mailto:atluczak@uni.opole.pl); <https://orcid.org/0000-0001-6217-8822>

## Wstęp

Transport produktów rolnych, żywności oraz artykułów spożywczych od producentów (rolnych), zakładów przetwórczych do punktów sprzedaży detalicznej wymaga specyficznego podejścia, wynika to z wymogów dotyczących warunków przechowywania oraz częstokroć krótkiego terminu do spożycia żywności oraz produktów spożywczych. Odpowiednia organizacja procesu transportu produktów rolno-spożywczych jest coraz większym wyzwaniem, ze względu na wymagania prawno-administracyjne i higieniczne dotyczące wykorzystania infrastruktury, sprzętu oraz procedur działania. Środki transportu, które są odpowiedzialne za przewóz produktów rolno-spożywczych powinny być sprawne, czyste oraz nie posiadać uszkodzeń powodujących zanieczyszczenie artykułów. Wymagania sanitarne określają również sposób przygotowania tego rodzaju produktów do przewozu. Należy je załadowywać, transportować i rozładowywać w takich warunkach i czasie, aby nie nastąpiło pogorszenie ich jakości. Dodatkowo produkty żywnościowe trzeba transportować w określonej, stale monitorowanej temperaturze (różnej w zależności od rodzaju przewożonych artykułów).

Z tych i wielu innych względów do transportu żywności najczęściej wykorzystuje się transport drogowy. Jest to rozwiązanie niezwykle elastyczne, funkcjonalne oraz najmniej wymagające pod względem organizacyjnym [Kozłowicz i in. 2003, Szubert 2018].

Rozwój transportu zbliża do siebie rynki, umożliwia zwiększenie produkcji, a więc poprzedza wzrost gospodarczy. Dobrze rozwinięta infrastruktura transportowa jest motorem do powstawiania nowych przedsiębiorstw oraz zakładów przemysłowych. Jest więc czynnikiem determinującym wzrost gospodarczy. Rozwój transportu jest możliwy dzięki inwestycjom, a więc zarówno dzięki modernizacji istniejącej już infrastruktury, jak i budowie nowych obiektów infrastrukturalnych [Salmonowicz 2011].

## Transport produktów rolnych i rolno-spożywczych

Rolnictwo jest działem gospodarki, w którym duże znaczenie mają procesy transportowe i magazynowe występujące powszechnie w gospodarstwach rolnych [Klepacki i in. 2013]. Specyfika logistyki w branży rolno-spożywczej wynika przede wszystkim z nietrwałości rozważanych produktów. Łatwość ich uszkodzenia, ryzyko ubytku, wrażliwość, niska podatność transportowa czy trudności w przechowywaniu sprawiają, iż do właściwego przebiegu procesów przetwórczych tych produktów, a także operacji logistycznych należy zaprojektować specjalny łańcuch dostaw [Baran 2014]. Wszystkie procedury związane z transportem żywności, jej bezpieczeństwem, sposobem przechowywania są ściśle określone w normach i rozporządzeniach. Przestrzeganie ich gwarantuje, że przewożona żywność będzie miała wysoką jakość i nie będzie w żaden sposób zagrożeniem dla potencjalnych konsumentów [Baryła-Paśnik i in. 2013]. Zaplanowanie transportu produktów rolno-spożywczych z wyprzedzeniem jest działaniem zazwyczaj trudnym, a wynika to z powodu okresów szczytowej produkcji, zmian w pogodzie i okresów zbiorów. Niewłaściwy transport produktów rolniczych i wyrobów gotowych może przyczynić się do obniżenia ich jakości, ale też stanowić istotne zagrożenie dla zdrowia konsumentów. Lepsza organizacja procesów związanych z transportem, magazynowaniem, zapasami, czy zarządzaniem informacją w przedsiębiorstwach przetwórstwa

rolno-spożywczego może prowadzić do podniesienia poziomu obsługi klientów. Wydaje się, iż rola logistyki jest pomijana w codziennej działalności przedsiębiorstw oraz gospodarstw z branży rolno-spożywczej, gdyż skupiają się one (a w szczególności małe gospodarstwa rolne) na działalności produkcyjnej.

Na sposób organizacji transportu produktów rolnych i rolno-spożywczych wpływa m.in. zasięg geograficzny rynków zaopatrzenia i zbytu. Położenie tychże rynków jest ściśle związane z wielkością tych gospodarstw i przedsiębiorstw rolnych będących producentem rozważanych produktów. Małe przedsiębiorstwa i gospodarstwa rolne zaopatrują lokalne podmioty, z kolei przedsiębiorstwa średnie sprzedają swoje produkty głównie odbiorcom regionalnym, a w dalszej kolejności odbiorcom z innych regionów kraju, a także z innych krajów, przeważnie europejskich. W swych badaniach Klepacki i Wicki stwierdzają, że racjonalizacja transportu dokonywana jest głównie poprzez odpowiedni dobór tras przejazdu oraz odpowiednie wykorzystanie ładowności środka transportu. Im większe przedsiębiorstwo, tym częściej dokonywana jest racjonalizacja tras przejazdu. Ładowność jest racjonalizowana w mniejszych jednostkach produkcyjnych. Kwestia wyboru najkrótszej i najbardziej optymalnej trasy jest punktem rozważań przedsiębiorstw przede wszystkim mleczarskich, w mniejszym stopniu natomiast zbożowych i piekarniczych (Klepacki i Wicki 2014).

Ze względów praktycznych do transportu żywności najczęściej wykorzystywany jest transport drogowy, ponieważ jest on rozwiązaniem niezwykle elastycznym, funkcjonalnym oraz najmniej wymagającym pod względem organizacyjnym. Pomimo tych ułatwień znalezienie najkrótszej i najbezpieczniejszej drogi dostawy produktów nie jest łatwe [Szubert 2022].

## **Wybór najkrótszej drogi w sieci połączeń**

Klasyczny problem wyboru najkrótszej drogi polega na wyznaczeniu optymalnej trasy, na której odbywa się zaopatrzenie kilku odbiorców przez jednego dostawcę. Zakłada się jednakową ładowność pojazdów, znajomość wielkości zapotrzebowania oraz lokalizacji odbiorców. Wybór najlepszego rozwiązania odbywa się na podstawie funkcji kryterialnej, która w wyniku przeprowadzenia procesu optymalizacji przyjmuje wartość optymalną. Wyróżnia się funkcje optymalizacyjne, które są minimalizowane lub maksymalizowane [Kauf i Tłuczak 2016].

Przy planowaniu najkrótszej trasy przejazdu należy wziąć pod rozwagę na takie elementy jak [Płaczek i Szołtysek 2008]:

- częstotliwość obsługi składowiska odpadów,
- zatłoczenie tras,
- ograniczeń możliwości pojemności i wjazdu pojazdów ciężarowych,
- minimalizację negatywnego oddziaływania na środowisko,
- sprawną obsługę miasta przy minimalnych kosztach obsługi miasta.

Celem rozwiązania zadania marszrutyzacji jest zoptymalizowanie łącznej długości wszystkich tras dostaw do odbiorców. Problem marszrutyzacji jest rozwinięciem problemu komiwojażera (*traveling salesman problem*) – zagadnienia optymalizacyjnego polegającego na znalezieniu minimalnego cyklu Hamiltona w pełnym grafie ważonym. Nazwa pochodzi od typowej ilustracji problemu przedstawiającej go z punktu widzenia

wędrownego sprzedawcy (komiwojażera), który chce dotrzeć do  $n$  miast. Komiwojażer każdorazowo będzie dążył do znalezienia najkrótszej (najtańszej lub najszybszej) drogi łączącej wszystkie miasta, a zaczynającej i kończącej się w określonym punkcie.

Rozważając problem komiwojażera w grafie, identyfikuje się węzły przedstawiające klientów oraz krawędzie odzwierciedlające powiązania między miejscowościami, po których przemieszcza się komiwojażer. Każda krawędź ma przyporządkowaną liczbę określającą uogólnioną odległość pomiędzy miejscowościami (węzłami grafów), tak że dla trzech dowolnych węzłów  $i, j, k$  zachodzi nierówność trójkąta wyrażona formułą [Michłowicz 2009, Kauf i Tłuczak 2016]:

$$d_{ik} \leq d_{ij} + d_{jk} \quad (1)$$

W rozpatrywanym grafie jeden z węzłów jest wyróżniony jako punkt startu komiwojażera i jednocześnie punkt końcowy, przy czym powrót następuje dopiero po odwiedzeniu przez komiwojażera wszystkich miejscowości (węzłów). Rozwiązanie problemu polega na wskazaniu ciągu krawędzi, z których pierwsza zaczyna się w węźle startowym i tworzy łańcuch połączeń zawierający wszystkie węzły grafu. Ostatnia krawędź kończy się w punkcie startowym. Wykreślona w ten sposób trasa nosi miano trasy okrężnej i jest optymalną, ponieważ łączna długość krawędzi jest minimalna. W rozwiązaniu problemu komiwojażera znajduje zastosowanie teoria grafów, a w szczególności poszukiwanie w grafie cyklu Hamiltona, czyli takiego połączenia pomiędzy węzłami, aby każdy węzeł znalazł się na trasie i wystąpił w nim dokładnie jeden raz (poza węzłem startowym, który jest jednocześnie węzłem końcowym). Matematyczny zapis poszukiwań tras w cyklu Hamiltona przyjmuje postać [Hanczar 2010]:

$$x_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{gdy krawędź } [i, j] \text{ należy do cyklu Hamiltona (H)} \\ 1, & \text{w przeciwnym wypadku} \end{cases} \quad (2)$$

Z powyższego wynika, że zmienna  $x_{ij}$  jest zmienną binarną, a jej wartość uzależniona jest od tego, czy krawędź grafu należy, czy nie należy do cyklu Hamiltona, tzn. czy spełniony jest warunek jednokrotnego wystąpienia miejscowości na trasie. Dany węzeł tylko jeden raz może być węzłem początkowym krawędzi i wówczas przyjmuje postać [Michłowicz 2009a, b, Dutkiewicz i Kucharska 2010, Kauf i Tłuczak 2016]:

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

jednocześnie węzły mogą być jedynie raz węzłem końcowym krawędzi:

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4)$$

Funkcja kryterium mówiąca o minimalizacji długości trasy przedstawia się następująco:

$$\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n d_{ij} x_{ij}^k \rightarrow \min$$

W przypadku, gdy lokalizacja dwóch miejscowości nie pozwala na wyznaczenie bezpośredniego połączenia przyjmuje się, że  $d_{ij} = \infty$ . W celu wykluczenia „dreptania w miejscu” zakłada się również, że  $d_{ii} = \infty$ .

Aby uzyskane w grafach cykle były cyklami Hamiltona należy rozpatrzyć wszystkie  $k$ -elementowe permutacje węzłów  $[i_1, i_2, \dots, i_k]$ , przy czym jeśli liczba węzłów jest parzysta wówczas  $k = 2, 3, \dots, (n-1)/2$ , gdy zaś nieparzysta  $k = 2, 3, \dots, n/2$ . Dodatkowo należy mieć na uwadze układ ograniczeń dla każdego  $k$ :

$$x_{i_1 i_2} + x_{i_2 i_3} + \dots + x_{i_k i_1} \leq k - 1 \quad (6)$$

Z powyższego wynika, iż liczba ograniczeń wynosi:  $\binom{n}{k} (k-1)!$ .

Do rozwiązania problemu komiwojażera można wykorzystać jeden z dwóch algorytmów:

- droga do najbliższego sąsiada,
- sukcesywnie dołączanych węzłów.

W pierwszej metodzie węzeł startowy oznaczyć należy przez  $a$ , a długość drogi okrężnej – przez  $z$ , tak że  $k_1 = a$ ,  $z = 0$ . Następnie należy wskazać kolejny węzeł  $k_j$  taki, że:

$$d_{k_{j-1}, k_j} = \min \left\{ d_{k_{j-1}, i} \right\} \quad (7)$$

co pozwala na stworzenie ciągu węzłów  $[k_1, \dots, k_{j-1}, k_j]$ . Na tej podstawie przyjmuje się:

$$z = z + d_{k_{j-1}, k_j} \quad (8)$$

po  $n$  powtórzeniach do ciągu  $[k_1, \dots, k_{n-1}, k_n]$  dołączany jest węzeł startowy  $k_1$ , co skutkuje utworzeniem drogi okrężnej  $H = [k_1, \dots, k_{n-1}, k_n, k_1]$ , której długość wynosi:

$$z = z + d_{k_n, k_1}$$

Należy zaznaczyć, że w metodzie tej każdorazowo kolejny węzeł jest wybierany na podstawie najmniejszej odległości od węzła poprzedniego.

Problem komiwojażera można rozwiązać również za pomocą algorytm sukcesywnego dołączania węzłów. W tej metodzie należy arbitralnie od razu na początku ustalić węzeł startowy oraz węzeł najbardziej oddalony od startowego, tworzy się w ten sposób trasę początkową. W trakcie poszukiwania optymalnego rozwiązania trasa ta jest modyfikowana poprzez dołączanie nowych węzłów. Oznaczmy zatem, przez:

- $a$  – węzeł startowy,
- $b$  – węzeł najbardziej oddalony od  $a$ ,

- $z$  – określaną długość drogi okrężnej,
  - $H$  – cykl węzłów tworzących drogę okrężną.
- Na starcie postępowania przyjmujemy, że:

$$Z = d_{k_1 k_2} + d_{k_2 k_1} \quad (9)$$

Postępowanie iteracyjne rozpoczyna się dopiero od  $j = 3, \dots, n$ , gdyż dla  $j = 1, 2$  arbitralnie przyjęto jako początek trasy. Ponadto zakłada się, że w iteracji  $j-1$  otrzymano częściową drogę okrężną:

$$H = [k_1, k_2, \dots, k_{j-1}, k_j] \quad (10)$$

Długość drogi wynosi  $z$ . Ze względu na stosowane w dalszej części algorytmu wzory, ostatni z węzłów oznaczony został przez  $k_j$ , choć w rzeczywistości jest nim węzeł  $k_1$ , zatem  $k_j = k_1$ .

W każdej iteracji należy wskazać kolejny nieuwzględniony dotychczas węzeł i rozstrzygnąć pomiędzy które węzły już istniejącej trasy go włączyć. Przy wyborze węzła należy kierować się zasadą wyboru tego węzła, którego najmniejsza odległość od węzłów  $k_1, k_2, \dots, k_{j-1}$  jest największa. Opisane pokrótce postępowanie sprowadza się do następujących kroków:

- dla każdego węzła  $p \neq k_1, k_2, \dots, k_{j-1}$  obliczamy  $d_p = \min(d_{k_1 p}, d_{k_2 p}, \dots, d_{k_{j-1} p})$ ,
- określamy  $d_i = \max_p d_p$ ,

gdzie  $i$ -ty węzeł jest wówczas dołączony do drogi,

- rozstrzygamy pomiędzy które węzły znajdujące się już w drodze umieścić  $i$ -ty węzeł. Wstawienie węzła zmienia drogę, pojawiają się nowe krawędzie, a znikają niepotrzebne. Dołączenie nowego węzła zmienia długość drogi, którą można obliczyć według formuły:

$$s_t = d_{k_i} + d_{i k_{t+1}} - d_{k_i k_{t+1}} \quad (11),$$

- dołączanie kolejnych węzłów sprowadza się do wyznaczenia  $\min s_t$  i tylko taki węzeł, dla którego spełniony jest powyższy warunek może być dołączony do drogi.
- tworzymy nową drogę okrężną  $H = [k_1, k_2, \dots, i, k_{t+1}, \dots, k_j]$  i obliczamy  $z = z + s_t$ ,
- sprawdzamy, czy wszystkie węzły zostały uwzględnione; jeśli nie przechodzimy do kroku 1 i rozpoczynamy iterację od początku. Jeśli tak wyznaczona trasa jest ostateczną, wówczas tworzy cykl Hamiltona.

## Problem badawczy

Chcąc przedstawić możliwość stosowania obu metod, rozważmy przykład producenta rolnego, którego zadaniem jest rozwiązanie produktów rolnych do pięciu odbiorców. Punktem startowym jest miejsce oznaczone jako węzeł nr 1 (siedziba producenta rolnego), a odbiorcy zlokalizowani są odpowiednio w węzłach z numerem od 2 do 6. Zakładamy, że uwzględniono tylko czas przejazdu między węzłami, do których istnieje bez-

pośredni dojazd. Wynika z tego, że odległość między węzłem nr 1 a węzłem nr 5 będzie wynosić  $\infty$ , ponieważ do węzła nr 5 można dotrzeć zarówno poprzez węzeł nr 4, jak i nr 6. Tabela 1 zawiera odległości między punktami<sup>2</sup>.

Tabela 1. Czas przejazdu w rejonie dystrybucji produktów rolnych.

Table 1. Travel time in the area of distribution of agricultural products.

|   | 1        | 2        | 3        | 4        | 5        | 6        |
|---|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 1 | $\infty$ | 52       | 65       | 25       | $\infty$ | 45       |
| 2 | 35       | $\infty$ | 48       | 75       | 77       | 64       |
| 3 | 55       | 40       | $\infty$ | 77       | 75       | 66       |
| 4 | 40       | 85       | 77       | $\infty$ | 31       | 20       |
| 5 | $\infty$ | 80       | 60       | 31       | $\infty$ | 25       |
| 6 | 45       | 74       | 68       | 25       | 30       | $\infty$ |

Źródło: opracowanie własne

Postępując zgodnie z opisanymi zasadami należy rozpocząć poszukiwanie najbliższego sąsiada od wiersza pierwszego:

- w wierszu pierwszym wybrano najkrótszą drogę, jaką ma do pokonania producent rolny z punktu startowego nr 1 → droga do punktu nr 4 (25 min.);
- w wierszu czwartym (węzeł nr 4) należy wyszukać najkrótszą drogę → do węzła nr 6 (20 min);
- w wierszu szóstym najkrótsza droga to droga do węzła nr 5 (30 min.); tak samo długa jest droga do węzła nr 4, ale to połączenie zostało już wykorzystane;
- w wierszu piątym najkrótszą drogą jest droga do węzła nr 3 (60 min);
- w wierszu trzecim najkrótsze połączenie jest z węzłem nr 2 (40 min)
- ostatecznie w wierszu drugim najkrótsza droga, jaką udaje się zidentyfikować to droga łącząca węzeł nr 2 z węzłem nr 1 (35 min), tym samym producent wrócił do punktu startowego czyli do węzła nr 1.

Sumując czas przejazdu między miejscowościami, otrzymujemy łączny czas przejazdu 210 minut. Przejazd odbywa się w kolejności węzeł nr 1 – węzeł nr 4 – węzeł nr 6 – węzeł nr 5 – węzeł nr 3 – węzeł nr 2 – węzeł nr 1.

Przy zastosowaniu drugiej opisaney metody przyjmujemy dodatkowo, że wartość  $\infty$  z tabeli 1, która oznacza, że pomiędzy danymi miastami nie ma połączeń bezpośrednich, odpowiada liczbie 10 000.

Jak już zaznaczono punkt startowy to węzeł nr 1, węzeł nr 3 to miejscowość, która jako pierwsza będzie dołączona do punktu startowego. Wybrano tą miejscowość, ponieważ odległość od punktu startowego jest największa. Niemniej ta sama odległość (65 min) jest pomiędzy punktem startowym a węzłem nr 5 nie ma znaczenia, którą jako pierwszą włączymy do drogi.

Mamy zatem:

$$A = 1; b = 3; H_1 = [1, 3, 1]; z = d_{13} + d_{31} = 65 + 65 = 130$$

<sup>2</sup> Odległość może być wyrażona na różne sposoby, w przykładzie przyjęto jako miarę odległości czas podróży pomiędzy punktami.

Należy teraz wskazać węzeł, który zostanie dołączony do drogi okrężnej  $H_1$ . Wykorzystany zostanie symbol  $r_{pj}$ , gdzie  $p$  oznacza numer rozpatrywanego węzła, niebędącego jeszcze częścią składową drogi okrężnej  $H$ ,  $j$  odpowiada numerowi drogi okrężnej. Zatem mamy:

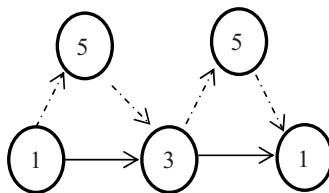
$$r_{21} = \min(d_{21}, d_{23}) = \min(35, 48) = 35$$

$$r_{41} = \min(d_{41}, d_{43}) = \min(40, 77) = 40$$

$$r_{51} = \min(d_{51}, d_{53}) = \min(65, 60) = 60$$

$$r_{61} = \min(d_{61}, d_{63}) = \min(45, 68) = 45$$

Z uzyskanych wartości wybieramy największą  $r_{51} = 60$  i na tej podstawie węzeł nr 5 będzie włączony do drogi okrężnej. Ponieważ nie jest jeszcze znane dokładne jego położenie, należy rozpatrzyć wszystkie możliwości, które przedstawione są na rysunku 1.



Rys. 1 Alternatywne możliwości dołączenia węzła 5

Fig. 1 Alternative options for connecting node 5

Źródło: opracowanie własne.

Należy obliczyć przyrost czasu jaki wynika z przyłączenia węzła nr 5. W oznaczeniach  $s_t$ ,  $t$  oznacza numer węzła poprzedzającego dodawany węzeł. Zatem:

$$s_1 = d_{15} + d_{53} - d_{13} = 65 + 60 - 65 = 60$$

$$s_3 = d_{35} + d_{51} - d_{31} = 75 + 65 - 55 = 85$$

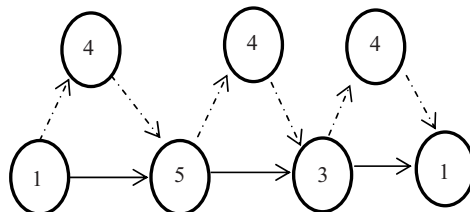
Z dwóch wartości należałoby wybrać tą, która jest najmniejsza. W tym przypadku uzyskano jednak pozorną alternatywę, gdyż wyróżnione miejsce dołączenia węzła nr 5 nie ma znaczenia. Wybrano  $s_1$ , co oznacza, że utworzono drogę okrężną  $H_2 = [1, 5, 3, 1]$ . Dla drogi  $H_2$  należy teraz sprawdzić możliwość dołączenia kolejnych węzłów:

$$r_{22} = \min(d_{21}, d_{25}, d_{23}) = \min(35, 77, 48) = 35$$

$$r_{42} = \min(d_{41}, d_{45}, d_{43}) = \min(40, 65, 77) = 40$$

$$r_{62} = \min(d_{61}, d_{65}, d_{63}) = \min(45, 30, 68) = 30$$

Do drogi  $H_2$  dołączyć należy węzeł nr 4. Rysunek 2 przedstawia możliwości dołączenia węzła do drogi.



Rys. 2 Alternatywne możliwości dołączenia węzła 4

Fig. 2 Alternative options for connecting node 4

Źródło: opracowanie własne.



Ponownie dla uzyskanych połączeń obliczyć należy wielkości przyrostów będących następstwem dołączenia węzła nr 4:

$$s_1 = d_{14} + d_{45} - d_{15} = 25 + 65 - 65 = 25$$

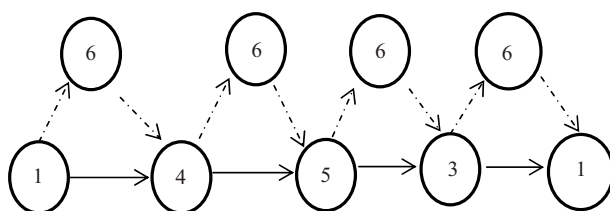
$$s_5 = d_{54} + d_{43} - d_{53} = 31 + 77 - 60 = 48$$

$$s_3 = d_{34} + d_{41} - d_{31} = 77 + 40 - 55 = 62$$

Węzeł nr 4 wstawić należy pomiędzy węzły nr 3 i nr 1, otrzymując w ten sposób drogę

$H_3 = [1, 4, 5, 3, 1]$ , dla której czas przejazdu wynosi  $z = 25 + 31 + 60 + 55 = 171$ .

Należy zastanowić się, w którym miejscu dołączyć węzeł nr 6 do drogi  $H_3$ . Możliwości dołączenia przedstawia rysunek 3.



Rys. 3 Alternatywne możliwości dołączenia węzła 6

Fig. 3 Alternative options for connecting node 6

Źródło: opracowanie własne.

Następnie obliczyć należy przyrosty będące konsekwencją przyłączenia węzła nr 6:

$$s_1 = d_{16} + d_{64} - d_{14} = 45 + 25 - 25 = 45$$

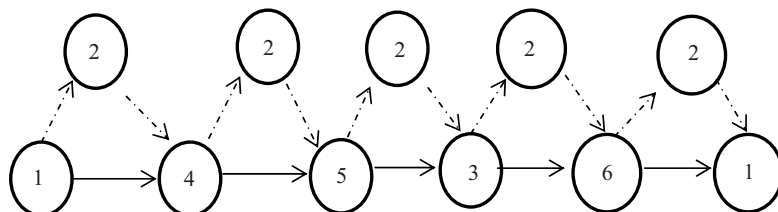
$$s_5 = d_{46} + d_{65} - d_{54} = 25 + 66 - 77 = 14$$

$$s_3 = d_{56} + d_{63} - d_{53} = 20 + 68 - 60 = 28$$

$$s_2 = d_{36} + d_{61} - d_{13} = 66 + 45 - 65 = 46$$

Węzeł 6 wstawić należy pomiędzy 3 i 1, otrzymując tym samym drogę okrężną  $H_4 = [1, 4, 5, 3, 6, 1]$  dla której czas przejazdu wynosi  $z = 25 + 31 + 60 + 66 + 45 = 227$ .

Ponieważ został już tylko jeden węzeł do dołączenia, jest to węzeł nr 2, nie trzeba wyliczać wartości wskaźników  $r_{ps}$ , należy jedynie zastanowić się gdzie dołączyć ów węzeł. Możliwości przyłączenia go prezentuje rysunek 4.



Rys.4 Alternatywne możliwości dołączenia węzła 2

Fig. 4 Alternative options for connecting node 2

Źródło: opracowanie własne.

Przyrosty będące następstwem dołączenia węzła nr 4 wynoszą odpowiednio:

$$s_1 = d_{12} + d_{24} - d_{41} = 52 + 75 - 40 = 87$$

$$s_5 = d_{42} + d_{25} - d_{54} = 85 + 77 - 31 = 54$$

$$s_6 = d_{52} + d_{23} - d_{35} = 80 + 48 - 75 = 53$$

$$s_3 = d_{32} + d_{26} - d_{63} = 40 + 64 - 68 = 69$$

$$s_2 = d_{62} + d_{21} - d_{16} = 74 + 35 - 45 = 64$$

Węzeł nr 2 wstawić należy między węzły 1 i 4, co sprawia, że droga okrężna ma postać  $H_5 = [1, 2, 4, 5, 3, 6, 1]$ , dla tej trasy czas przejazdu wynosi  $z = 52 + 75 + 31 + 60 + 66 + 45 = 329$ .

## Wnioski

W dobie coraz bardziej rozbudowanych i skomplikowanych łańcuchów dostaw w sektorze rolno-spożywczym optymalnie zaprojektowane sieci dystrybucji/zaopatrzenia pozwalają na pełną kontrolę kosztów prowadzenia działalności rolniczej. Tylko pełna kontrola kosztów w prowadzeniu takiej działalności pozwala na skuteczne konkutowanie na rynku. Aby uzyskać efektywnie zaplanowaną sieć dystrybucji, producent rolny musi poświęcić wiele czasu, często podejmując próby, które nie zawsze kończą się sukcesem. Identyfikacja błędów popełnianych na etapie planowania pozwoli na uniknięcie zbędnych kosztów. Podejmując kolejne próby planowania takowej sieci, dążyć powinno się do optymalizacji na podstawie jednej z wielu prezentowanych w literaturze przedmiotu metod. W opracowaniu przedstawiono zadanie marszrutyzacji, które jest rozwinięciem problemu komiwojażera. Rozwiązanie tego zadania polega na znalezieniu minimalnego cyklu Hamiltona w pełnym grafie ważonym. Być może metoda ta nie jest najbardziej efektywną spośród wszystkich dostępnych, ale jest na tyle prosta, że nie powinna sprawiać większych trudności.

## Bibliografia

- Baran J., Sint A., 2014: Organizacja transportu w sektorze przetwórstwa owoców i warzyw, *Logistyka*, 4, 3479–3486.
- Baryła-Paśnik M., Piekarski W., Dudziak A., 2013: Systemy funkcjonowania transportu żywności w aspekcie regulacji prawnych, *Logistyka*, 5, 71–74.
- Dutkiewicz L., Kucharska E., 2010: Algorytm planowania tras dostaw dla wielu komiwojażerów, *Automatyka*, 14.3/2, 853–865.
- Hanczar P., 2010: Wspomaganie decyzji w obszarze wyznaczania tras pojazdów, *Decyzje*, 13, 55–83.
- Kauf S., Tłuczak A., 2016: Optymalizacja decyzji logistycznych, Difin, Warszawa.
- Klepacki B., Wicki L. (red.), 2014: Systemy logistyczne w funkcjonowaniu przedsiębiorstw przetwórstwa rolno-spożywczego, Wydawnictwo SGGW, Warszawa.
- Klepacki B., Wysokiński M., Jarzębowski S., 2013: Transport w gospodarstwie rolnym jako źródło kosztów logistycznych, *Logistyka*, 2, 25–27.
- Kozłowicz K., Wołak S., Kluza F., 2003: Transport żywności i jej jakość na tle uwarunkowań technologicznych i logistycznych, *Chłodnictwo: organ Naczelnej Organizacji Technicznej*, 38, 38–43.

- Michlowicz E., 2009a: Optymalizacja zadań operatora logistycznego, *Logistyka*, 3.
- Michlowicz E., 2009b: Problem komiwojżera dla kilku centrów dystrybucji, *Prace Naukowe Politechniki Warszawskiej*, 70, 113–125.
- Płaczek E., Szoltysek J., 2008: Wybrane metody optymalizacji systemu transportu odpadów komunalnych w Katowicach, *Logforum*, 4(1), 2.
- Salmonowicz K., 2011: Źródła finansowania rozwoju infrastruktury transportu wodnego śródlądowego w Polsce, *Logistyka*, 6, 4977–4992.
- Szubert A., 2018: Przewóz ładunków spożywczych – Znaczenie i specyfika transportu w branży spożywczej, Trans.eu Group S.A., [źródło elektroniczne] <http://www.trans.eu/pl/aktualnosci/znaczenie-i-specyfika-transportu-w-branzy-spozywczej> [dostęp: 12.12.2022].